



MEJORA EN LOS APRENDIZAJES DE LENGUA, MATEMÁTICA Y CIENCIAS

Una propuesta desde el desarrollo de capacidades fundamentales

4

Matemática
Educación Inicial,
Primaria y Secundaria

El hacer matemático debiera ser una actividad que permitiera a *todos* acceder a la cultura matemática. Desde esta perspectiva, la clase de matemática ha de ser concebida como un lugar para resolver problemas, para reflexionar acerca de lo realizado, para generar ideas matemáticas sobre lo producido, en vez de un espacio donde se reproduce la matemática apelando a técnicas y definiciones aprendidas de memoria (Gobierno de Córdoba, Ministerio de Educación, 2010).

“No importan tanto los cálculos ni los algoritmos en sí mismos, sino lo que la gente puede llegar a hacer con ellos en su vida cotidiana para estar mejor... Se necesita una matemática que ayude a la gente a pensar y actuar.”

Yves Chevallard, 2013

En este documento, recuperamos algunas propuestas que ponen en relación la enseñanza de los contenidos matemáticos con el desarrollo de capacidades fundamentales, en el marco de los procesos de mejora de los aprendizajes en esta disciplina, prioridad pedagógica jurisdiccional. En la presentación de estas propuestas, nos ha interesado particularmente enfatizar los modos en que el docente ha de intervenir para promover, en las clases de Matemática, el abordaje y resolución de situaciones problemáticas; la oralidad, la lectura y la escritura; el pensamiento crítico y creativo y el trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar. **Como en los demás materiales de apoyo de esta serie, corresponderá a cada escuela decidir qué procesos situados y adecuaciones debe promover en función de su proyecto, los sujetos y los contextos.**

Abordaje y resolución de situaciones problemáticas

Una clave para lograr *una matemática que ayude a la gente a pensar y actuar* es que las situaciones de enseñanza propicien la **construcción de sentido de los conocimientos matemáticos**. El abordaje y resolución de situaciones problemáticas constituye el marco adecuado para que esto efectivamente acontezca en las salas y en las aulas.

Otra clave es la **intervención del docente** que debe darse desde el inicio, desde la presentación del problema, para que el estudiante “se haga cargo” de él. Es fundamental que el docente se ocupe de que los estudiantes efectivamente comprendan en qué consiste el problema, *sin dar orientaciones respecto de cómo debe resolverlo*. Asimismo, le corresponde intervenir para recuperar y presentar diferentes producciones, para propiciar que los estudiantes las comparen y examinen la validez de sus respuestas.

Es importante que la gestión de la clase incluya diferentes instancias (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, p. 72):

1. Momentos de **presentación de situaciones problemáticas**.
2. Momentos de **resolución de situaciones problemáticas**, en los que el rol del docente se focaliza en aclarar consignas y alentar la resolución dando pistas sin intervenir de modo directo y sin decir cómo hacer.
3. Momentos de **confrontación de resultados, de procedimientos y de argumentos empleados**, en los que el docente organiza la reflexión sobre lo realizado.
4. Momentos en los que el docente realiza una **síntesis** de los conocimientos a los que llegó el grupo y establece las relaciones entre el conocimiento que circuló en la clase y aquel que pretendía enseñar; pone nombres a las propiedades, en caso de que sean nuevas, reconoce ciertos conocimientos producidos por los estudiantes y los vincula con otros ya estudiados, o con nuevos a trabajar.

En función de su relevancia para el desarrollo de la capacidad, vamos a centrarnos en dos de estos momentos:

- Momento de resolución

Para que las actividades propuestas constituyan verdaderos problemas para los estudiantes, deben gestionarse de modo que en las resoluciones aparezcan tanto ideas acertadas como erróneas, para dar luego lugar al debate. El docente despliega diferentes estrategias para que los estudiantes resuelvan grupalmente y justifiquen lo que hacen frente a sus compañeros de grupo. Interviene cuando los estudiantes lo necesitan, proporcionando información relevante que ellos no puedan obtener por sí mismos; ayuda a resolver dificultades, sin dar informaciones sobre cómo resolver el problema planteado.

- Momento de confrontación

Posteriormente al trabajo con el problema, se da lugar una instancia de debate, que se podrá organizar en función de respuestas similares, procedimientos más económicos para arribar al contenido que se quiere abordar, dando la posibilidad de que todos los procedimientos que circulen sean tenidos en cuenta. De esta manera, el “error” de los estudiantes es motivo de reflexión para toda la clase. Durante el debate **el docente interviene:**

- **Como moderador en el debate**, para promover el análisis acerca de la veracidad o falsedad de un enunciado matemático; por ejemplo: da la palabra, toma notas, reflexiona en voz alta, pide que el estudiante fundamente.
- **Para que los estudiantes se apropien de las reglas del debate:** un contraejemplo es suficiente para probar que un enunciado matemático es falso y, además, con ejemplos o con dibujos geométricos no alcanza para probar que es verdadero: el estudiante para debatir deberá apoyarse en propiedades y definiciones matemáticas.
- **Para instalar el lenguaje matemático para la comunicación;** por ejemplo, reponiendo los términos técnicos específicos, pidiendo a los estudiantes que reformulen una frase coloquial.

Pensamiento crítico y creativo en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

El pensamiento crítico y creativo es una capacidad que se integra con otras; por ejemplo, con la resolución de situaciones problemáticas, pero para ello se debe instalar una gestión de la clase donde se habilite la palabra del estudiante, donde se los incentive a “hacerse cargo” de la resolución, a controlar su producción para asegurarse de que tanto su respuesta a la pregunta planteada como el procedimiento utilizado para obtenerla son válidos. Se trata, entonces, de propiciar que los estudiantes se responsabilicen matemáticamente de sus producciones.

Le corresponde entonces al docente pensar en modos de intervención propicios para que el estudiante no sólo utilice diferentes estrategias de resolución de problemas, sino que **fundamente lo que hace, argumente en favor de sus procedimientos, sea capaz de descentrarse de sus producciones e introducirse en las de sus compañeros** en vez de quedarse a la espera de la palabra del docente que le confirme si lo que ha producido está bien o mal.

Dar lugar a la confrontación de las afirmaciones producidas, defendiendo los propios puntos de vista, considerando los de otros y aceptando errores como parte del aprendizaje potencia el desarrollo del pensamiento crítico.

Oralidad, lectura y escritura en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

En el proceso de resolución de problemas, la intervención del docente debe darse desde el comienzo –en la presentación del problema–, lo que implica intervenir para que el estudiante “se haga cargo” del problema, asegurarse de que comprende lo que escucha/lee, sin dar orientación sobre qué debe hacer o cómo debe hacerlo.

El trabajo en torno al desarrollo de la oralidad, la lectura y la escritura se hace especialmente presente cuando el docente formula el desafío y se ocupa de cerciorarse de que el estudiante comprende el enunciado de la situación que se le presenta. Por ello, es fundamental pensar en **situaciones problemáticas expresadas como textos que ofrezcan cierta resistencia al lector, que superen la inducción con palabras claves** que sugieren qué hacer.

Trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar en el marco de la resolución de problemas

La resolución de problemas contempla resolver y reflexionar sobre lo realizado (una explicación que avale lo hecho, que permita explicar las ideas y las nociones que tuvieron en cuenta). Como la actividad matemática es una actividad social, el estudiante no construye el conocimiento solo, sino en interacción con otros. Desde este punto de vista es fundamental el trabajo grupal, el **análisis de las producciones de los compañeros y además escuchar las objeciones de los demás y del docente.**

EDUCACIÓN INICIAL

► Abordaje y resolución de situaciones problemáticas

- En la propuesta ***Buscamos objetos y los reutilizamos para construir juguetes***, podemos ver algunos ejemplos de intervención docente en el desarrollo de una secuencia didáctica orientada a que los niños avancen en el conteo y en la exploración de producción e interpretación de escrituras numéricas en una sala de 5 años.

Momento de resolución de situaciones problemáticas



La propuesta corresponde a la Colección *Pensar la Enseñanza, Tomar decisiones: Educación Inicial* y está disponible en:

<http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC->

[CBA/documentos/PENSAR%20LA%20ENSEÑANZA%20-%20ED%20INICIAL.pdf](http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/documentos/PENSAR%20LA%20ENSEÑANZA%20-%20ED%20INICIAL.pdf)

- En esta propuesta, y para **favorecer la reflexión mientras los niños resuelven el problema**, el docente interviene en cada mesa con interrogantes y solicitando explicaciones. Por ejemplo, durante el control de lo juntado por una pareja durante tres días, plantea:

- ¿Cómo te diste cuenta de que... ..? Si no sabés cómo se escribe ¿dónde podés mirar para ayudarte?
- ¿Qué tienen de parecido lo que anotaron Juan y Ana...?
- ¿Quién de la mesa tiene mayor cantidad dejuntados? ¿Cómo podemos saber quién juntó más? ¿Cómo se dieron cuenta?

- En un **juego en el que se usa un dado y un tablero con obstáculos para llegar a la meta**, el docente interviene con interrogantes que llevan a los niños a **reflexionar y anticipar el resultado**. Por ejemplo, pregunta:

- ¿Cuánto tendría que salir en el dado, para que no pierdas un turno?

*“Es muy importante instalar en la escuela las condiciones necesarias para que los niños sientan que los errores y los aciertos surgen en función de los conocimientos que circulan en la clase, es decir que pueden ser discutidos y validados con argumentos y explicaciones”(..). El hecho de **justificar “qué se hizo”, “cómo se hizo” “por qué se hizo”***

Momento de confrontación

“si está mal o bien”¹ implica de hecho una reflexión sobre la tarea realizada y una nueva mirada sobre el problema, pero desde la posición de alguien que ya lo ha “desmenuzado”, porque ya lo ha resuelto (Argentina, Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología, 2007, p.28 y 187).

Algunas alternativas:

- El maestro hace público un procedimiento.
- El maestro muestra varios procedimientos que surgieron en los grupos.
- El maestro organiza la puesta en común en función de respuestas similares.
- El maestro muestra a la clase un procedimiento importante que no surgió en los grupos.

Retomemos la propuesta **Buscamos objetos y los reutilizamos para construir juguetes**. Allí podemos ver que el docente:

- **Promueve que se analice entre todos lo producido por un grupo.** Por ejemplo:
 - Selena y Dana juntaron hasta ahora siete. Dana escribió 7. ¿Están de acuerdo con lo que anotó Dana?; ¿qué opinan?
 - Miren: Joaquín y Tobías juntaron nueve y anotaron así: 9. ¿Qué piensan ustedes?
- **Propicia el análisis de algunas respuestas incorrectas.** Por ejemplo:
 - Pedro y Federico juntaron 16, Susana y Ana también coleccionaron 16. Pedro y Federico anotaron así: 16. Susana y Ana anotaron en forma incorrecta. ¿Por qué Susana y Ana anotaron mal? ¿Cómo se dieron cuenta? ¿Cómo harían para convencer al compañero de la anotación correcta? (se sugiere que observen si todos empiezan igual).

► Pensamiento crítico y creativo en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

Si volvemos a la secuencia didáctica contenida en la propuesta **Buscamos objetos y los reutilizamos para construir juguetes**, podremos ver algunas intervenciones del docente destinadas a que los niños analicen producciones de sus compañeros:

- Estuve mirando las anotaciones de lo que habían juntado ayer... miren: para anotar siete, SELENA Y DANA usaron varias formas de anotar:

- Selena anotó así: XXXXXXXX - Dana anotó así: 7

¿Qué les parecen estas anotaciones? ¿Cuál de las dos formas de anotar elegirían para anotar lo juntado, Ana? ¿La forma de anotar de SELENA o la forma de registrar de DANA?

¹ El destacado es nuestro.

❑ *Juan quiere anotar en el papel 26 y anota 16; ¿qué opinan?*

► **Oralidad, lectura y escritura en el marco de la resolución de situaciones problemáticas**

Como hemos dicho, el trabajo en torno al desarrollo de la **oralidad y la lectura** se hace presente especialmente en el momento de presentación de la situación problemática cuando el maestro formula el desafío y se ocupa de **cerciorarse de que el niño comprende el enunciado de la situación que se le presenta**.

En el siguiente ejemplo, se muestran algunas intervenciones del docente para **ayudar a comprender**:

- **El maestro acude a *lectura asistida***: se encarga de leer el enunciado de la situación en voz alta; mientras lo hace, recalca el significado de alguna palabra que puede constituir un obstáculo para la comprensión, realiza comentarios sobre lo que lee (“*aquí nos está diciendo que...*”, “*escuchen lo que dice aquí...*”), se “hace preguntas” que traslada a los estudiantes (“*yo me pregunto si...; ¿a ustedes qué les parece?*”).

► **Trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar en el marco de la resolución de problemas**

En la propuesta ***Buscamos objetos y los reutilizamos para construir juguetes***, se promueve de modo permanente la interacción de los niños en el grupo de trabajo y las intervenciones del docente se orientan, con frecuencia, a promover el análisis de las producciones y los intercambios de pareceres y propuestas. Por ejemplo, en este caso que ya consideramos al abordar, anteriormente, el momento de confrontación:

❑ *Pedro y Federico juntaron 16, Susana y Ana también coleccionaron 16. Pedro y Federico anotaron así: 16. Susana y Ana anotaron en forma incorrecta. ¿Por qué Susana y Ana anotaron mal? ¿Cómo se dieron cuenta? ¿Cómo harían para convencer al compañero de la anotación correcta?* (se sugiere que observen si todos empiezan igual).



¿Qué aprendizaje y contenidos se han abordado en las situaciones que hemos considerado en directa relación con la adquisición y desarrollo de capacidades?

- Análisis de los enunciados, las preguntas, los datos, y de la cantidad de soluciones de los problemas para identificar datos necesarios para responder una pregunta.
- Producción y análisis de diferentes procedimientos evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con el problema.

EDUCACIÓN PRIMARIA

► Abordaje y resolución de situaciones problemáticas

LA CAJITA DE LOS CIEN – Primer Grado

Momento de resolución de situaciones problemáticas

Materiales: una caja de fósforos, con división a la mitad, con 10 bolitas.

Organización de la clase: la clase se organiza en grupos de cuatro niños cada uno.

Desarrollo: Cada equipo se le entrega una cajita de fósforos grande con una ranura en el cartón que divide la parte de adentro y 10 bolitas en su interior.

Por turno, cada niño mueve la caja cerrada para provocar el pasaje de bolitas de un lado a otro de la caja y, luego de apoyarla sobre la mesa, la abre hasta la mitad. Observa las bolitas que están a la vista y anticipa cuántas hay en la mitad tapada. Cada bolita vale 10 puntos. Por ejemplo, si ve dos bolitas (dice veo 20 puntos) y anticipa lo que no ve (dice: no veo 80).



El resto del equipo expresa si está o no de acuerdo y luego se abre la caja para verificarlo. En caso de ser correcta la anticipación, el jugador gana un punto. Luego, el niño debe realizar el registro del cálculo y pasa el turno al siguiente compañero. Después de cuatro vueltas, gana el niño que anotó más puntos.

En el material audiovisual “La intervención docente en la clase de Matemática”, se incluye la filmación de clase correspondiente a **La cajita de los cien**. El DVD está disponible en las escuelas y también se puede acceder a los videos a través de los siguientes links:



- **La cajita de los cien** <http://www.youtube.com/watch?v=BA0yuvVDMl8>

- **La cajita de los cien- escenas en Primer grado:**
<http://www.youtube.com/watch?v=v82TLd2R0sM>

Veamos ejemplos de estrategias de intervención docente para generar la reflexión durante la resolución del problema (en un grupo). El docente solicita explicaciones:

- ¿Está bien que haya puesto 1 punto?
- ¿Cuántos puntos ganó Simón? ¿Por qué?
- Está bien que haya puesto dos puntos... a vos también te dio 60 más 40 ¿cómo lo pensaste? A ver...
- Contanos Tobías, ¿cómo lo pensaste?

- Pero Juan escribió así... ¿eso lo pensaste solo o te ayudaron?... vos viste el castillo, a ver, señálame en el castillo cómo te ayudaste...
- ¿Cómo se dieron cuenta..., miren como hizo Juan con el 90.
- ¿Cuál forma es más fácil...?

Momento de
confrontación

ÁLBUM DE FIGURITAS. Primer Grado

La propuesta es completar el álbum de figuritas, una de las actividades habituales del Jardín. Podrá recuperarse en primer grado mediante variadas actividades donde se dé lugar a la reflexión sobre lo producido, la confrontación de producciones y la reformulación de ideas sobre la escritura de números.

Los niños podrán disponer de un álbum y de un cuadro con números (organizados de manera que los nudos de las decenas queden todos en la misma columna) para tachar los que correspondan a figuritas pegadas, como también de un papel para anotar los números de las figuritas que vayan a pegar diariamente.

La propuesta está disponible en el documento “*Unidad Pedagógica: Leer y escribir números*”, disponible en <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/UnidadPedagogica/Leer%20y%20escribir%20numeros.pdf>

Veamos algunas estrategias de intervención docente:

Para superar la mera propuesta de completar con figuritas y generar problemas que le den sentido tanto a la **interpretación como a la producción de escrituras de números**, se pueden formular preguntas y analizar respuestas. Por ejemplo:

- **El docente apela a que los niños reflexionen sobre el error.**
 - Juan quiere pegar la figurita número 53 y, al tratar de resolverlo, se encuentra con un espacio indicado con el número 35. ¿Qué opinan? ¿cómo lo ayudarían?
 - “¿Puedo decirles algo que pasó en esa mesa? Ella al ver este número (53) me dijo “este es el treinta y cinco”.
 - Yo le pregunté ¿cómo sabés que es el treinta y cinco? Porque tiene un cinco y un tres, me dijo. ¿Es así?”
- **El docente hace público un procedimiento de los estudiantes** para favorecer la reflexión acerca de un procedimiento.
 - Las chicas me hicieron una pregunta y vamos a ver si las podemos ayudar.

- Me acaban de preguntar si éste (anota 25 en el pizarrón) es el cincuenta y dos ¿qué opinan ustedes?
- El docente muestra varios procedimientos que surgieron en los grupos:
 - Estas son las soluciones al problema que hicieron Juan y Esteban...por turno nos van a contar cómo llegaron a esas conclusiones.
- El docente organiza la puesta en común en función de respuestas similares:
 - ¿En qué se parecen estas formas de anotar? ¿En qué se diferencian? ¿Alguien escribió parecido a alguna de estas formas?

ESCOBA DEL UNO: SUMAS QUE DAN 1.° Sexto Grado

Materiales: se necesitan 2 mazos de 32 cartas cada uno: uno rojo y uno azul. Cada mazo está formado por cartas con rectángulos y, en cada caso, se han pintado: 2 cartas con $1/2$, 3 cartas con $1/3$, 4 cartas con $1/4$, 6 cartas con $1/6$, 8 cartas con $1/8$, 9 cartas con $1/9$.

Organización de la clase: se juega entre 3 o 4 jugadores.

Desarrollo: se reparten 3 cartas a cada jugador y se colocan 4 cartas boca arriba en el centro de la mesa. Cada jugador, por turno, trata de formar un entero con una de sus cartas y la mayor cantidad posible de cartas de la mesa. Si lo forma, las levanta y las coloca a su lado. Si no puede formar un entero, tira una de sus cartas al centro de la mesa. Continúa el siguiente jugador. Una vez que juegan los 4 jugadores, se reparten nuevamente 3 cartas a cada uno, pero no se agregan nuevas cartas al centro. Gana un punto cada jugador que haya formado un entero recogiendo todas las cartas de la mesa y otro punto por el mayor número de cartas recogidas.



En el material audiovisual “La intervención docente en la clase de Matemática”, se incluye la filmación de clase correspondiente a **Escoba del uno**. El DVD está disponible en las escuelas y también se puede acceder a los videos a través del siguiente link:



- Escoba del uno:

<http://www.youtube.com/watch?v=KoKBHchyVoU&feature=youtu.be>

- Escoba del uno, escenas:

<http://www.youtube.com/watch?v=eUEtlDrPYnc>

Veamos algunos ejemplos de estrategias de intervención docente:

El docente hace público un procedimiento, para favorecer la reflexión acerca de él.

² Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación, 2007, p.104.

- ❑ *Esteban afirma: yo tengo un octavo, le sumo un octavo, me da un cuarto, más un cuarto, un medio; más un medio, un entero: ¿qué opinan?*

El docente traslada la pregunta a la clase: para analizar esta jugada y trasladar la pregunta a la clase, el docente puede incluir afirmaciones o interrogantes tales como:

- ❑ *Él tiene un octavo, acá hay un octavo, hay un cuarto y un medio: ¿puede llevarse?*

El docente pone en duda lo correcto: para promover la justificación de lo realizado, puede incluir preguntas como:

- ❑ *¿Por qué decís que no podés levantar?*
- ❑ *¿Te falta?; ¿te sobra?; ¿cuánto?*

El docente retoma una afirmación:

- ❑ *Escuchamos lo que está diciendo Luciana. Ella dice que $3/6$ más $1/2$ hacen... ¿qué cosa? Un entero.*

El docente genera discusiones relevantes: el maestro presenta un conjunto de cartas que previamente ha seleccionado, considerando como criterio el elegir las “partidas” más pertinentes para introducir las discusiones. El docente puede **incluir afirmaciones o interrogantes** tal como:

- ❑ *¿Qué harías entonces vos con tu noveno? El dice que...*

ALGUNAS OBSERVACIONES:

La intervención del tipo “**¿estás seguro?**” puede provocar que el estudiante suponga que lo que pensó, dijo o hizo está mal y abandone la resolución del problema. Para evitarlo, sería conveniente que el docente -sin dar la respuesta- intervenga con expresiones como:

- ❑ *“¿Te acordás cuando realizamos...?”* (y vuelve sobre trabajos anteriores que sirvan de punto de partida).
- ❑ *“¿Qué pasa si tenés este caso...?”* (y presenta contraejemplos).
- ❑ *“Mirá lo que dice...”* (y propone la reflexión sobre la propuesta de otro estudiante).

► **Pensamiento crítico y creativo en el marco de la resolución de situaciones problemáticas**

Es necesario que el maestro gestione el trabajo en el aula para que los estudiantes determinen si son verdaderas o no las conjeturas producidas al explicar los procedimientos que usaron; por ejemplo, al resolver problemas o al hacer un cálculo. Dar cuenta de la verdad o falsedad de las conjeturas elaboradas, requerirá elaborar justificaciones basadas en conocimientos matemáticos. Así, por ejemplo, para determinar la verdad o no de la conjetura “multiplicar por 8 da el doble de multiplicar por

4”, será necesario identificar que $8 = 2 \times 4$, recurriendo a la propiedad asociativa.

Por ello, cobra especial relevancia una gestión de la clase que posibilite que los estudiantes se apropien de diferentes formas de validar. Esto implica involucrarlos en la elaboración de pruebas,³ uno de los aspectos del procedimiento de la validación.

En las **pruebas pragmáticas**, la justificación de lo realizado se funda en propiedades usadas implícitamente y que se comprueban mediante la acción; implica un saber hacer y se acude a un lenguaje familiar.

En las **pruebas intelectuales**, la justificación de la actividad se basa en conocer la verdad alejándose de la acción, ya que se apoyan en formulaciones de las propiedades en juego y de sus relaciones. El lenguaje pasa a ser funcional, despersonalizado, descontextualizado y destemporalizado. Dentro de las pruebas intelectuales, se ubica la demostración.⁴

En la clase de sexto grado - Escoba del uno – se puede analizar cómo los estudiantes validan sus afirmaciones usando distintos tipos de pruebas: **“pragmáticas”** (se apoyan en la equivalencia de las representaciones) e **“intelectuales”** (recurren a argumentos que no se apoyan en una acción material). Por ejemplo:

1) **Para explicar se apoyan en dibujos**; miran las cartas (trabajo en cada grupo).

- *Con $1/3$, $1/6$ y $1/2$ puedo armar un entero.*
- *Un medio más otro medio puedo armar un entero.*
- *Con tres cartas de un tercio se forma un entero.*

2) **Para explicar se apoyan en relaciones entre las partes y con el entero** (el docente presenta un conjunto de cartas para generar las discusiones): van a buscar la mejor posibilidad de levantar o a pensar qué cartas tirar para que su compañero no pueda levantar. El docente apela a que los estudiantes usen conocimientos disponibles:

$1/8 + 1/8$ es un $1/4$.

$1/4 + 1/4$ es un medio.

$1/6$ más otro sexto es un $1/3$.

$1/3$ más otro tercio: llega a $2/3$.

El docente, al dar la palabra a los estudiantes, ayuda a que cuestionen lo establecido y exploren nuevas alternativas, y da lugar a la flexibilidad ante las propuestas que ellos realizan. Promueve la búsqueda de respuestas y no demanda una solución estereotipada puesto que los estudiantes deben acudir a diferentes procedimientos (pruebas).

³ Prueba: es una explicación aceptada por una comunidad en un momento dado (lo que exige determinar un sistema de validación común entre los interlocutores).

⁴ Cabe destacar que llegar a la demostración es responsabilidad de la Educación Secundaria.

► Oralidad, lectura y escritura en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

Hemos dicho que es fundamental pensar en situaciones problemáticas expresadas como textos que ofrezcan cierta resistencia al lector, que superen la inducción con palabras claves que sugieren la operación a realizar (por ejemplo: *Comió dos... ¿cuántos... le quedan?*). Ante estos disparadores, el estudiante se limita a:

- buscar esas palabras y a mirar los números que le dicen qué operación usar;
- asociar un indicador textual (particularmente en porcentajes y fracciones) en el que ciertos términos (por ejemplo, *por ciento*) indican que se debe trabajar calculando porcentaje;
- encontrar datos suficientes (usualmente no sobran ni faltan datos) y preguntar al docente indicios que le permiten resolver con una operación: "¿Es de sumar?" "¿Es de multiplicar?"

Para superar prácticas con problemas rutinarios (con palabras claves) y, al mismo tiempo, desarrollar la oralidad, la lectura y la escritura, el docente puede:

- **Solicitar a los estudiantes que, ante el enunciado de un problema:**
 - Expresen el problema -oralmente y/o por escrito- con otras palabras.
 - Expliquen a los compañeros en qué consiste el problema.
 - Señalen dónde se presenta la dificultad de la tarea.
 - Respondan a interrogantes, tales como: *¿Qué dice el enunciado del problema, y acerca de qué “habla”? ¿De qué trata cada oración, cuál es el sentido global del texto? ¿Aparecen muchas palabras o expresiones difíciles / nuevas? ¿Se trata de palabras específicas de Matemática?*
 - Señalen palabras que no comprenden y las clasifiquen como: a) “palabras con un uso y un significado propio en la práctica matemática, diferente del significado que tienen en el lenguaje coloquial” (por ejemplo, “diferencia”); b) palabras propias del lenguaje matemático no compartidas con el lenguaje común (por ejemplo, “bisectriz” y “perpendicular”); c) palabras de lenguaje común, de uso frecuente o más familiares para el estudiante (por ejemplo, “viático” o “precio”).
- **Invitar a discutir problemas formulados con palabras claves que inducen a error,** para llevar a los estudiantes a desconfiar de las estrategias de lectura vinculadas con esas palabras claves que indican qué hacer, tales como “ganó”, “total” y “más que” -asociadas a la suma-, “perdió”, asociada a la resta... Por ejemplo, el problema: *Juan comió ayer dos alfajores y su tía hoy le regala un alfajor ¿cuántos alfajores comió en total?* El enunciado

da lugar a que los niños consideren que para responder a la pregunta ¿cuántos comió? deberán sumar, asocian “total” a la suma (2+1) sin tener en cuenta que en el enunciado dice “le regala”, lo cual no implica que haya comido ese alfajor.

Tercer grado

Veamos algunos ejemplos de intervenciones del docente para *ayudar a comprender*:

- **El maestro realiza *lectura asistida*:** se encarga de leer el enunciado de la situación en voz alta; mientras lo hace, recalca el significado de alguna palabra que puede constituir un obstáculo para la comprensión, realiza comentarios sobre lo que lee (“*aquí nos está diciendo que...*”, “*escuchen lo que dice aquí...*”), se “hace preguntas” que traslada a los estudiantes (“*yo me pregunto si...; ¿a ustedes qué les parece?*”).
- **El maestro plantea interrogantes** para ayudar a los niños a interpretar el enunciado:
 - ¿Cuáles son los datos que tienen?
 - ¿Podrían contarme qué dice el enunciado del problema?

Se sugiere considerar las intervenciones del docente durante la presentación del juego *El mayor con dados*

En el material audiovisual “*La intervención docente en la clase de Matemática*”, se incluye la filmación de clase correspondiente a *El mayor con dados*. El DVD está disponible en las escuelas y también se puede acceder a los videos a través del siguiente link:

El mayor con dados. Tercer grado:

<http://www.youtube.com/watch?v=tsKOrKXL0xI>



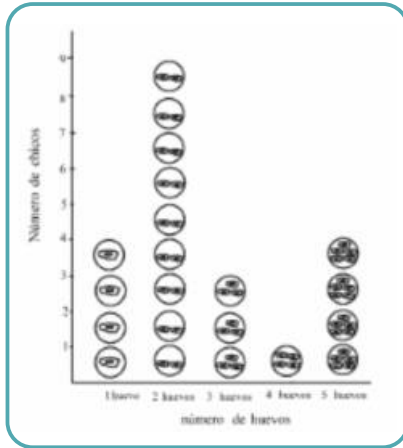
Primer Grado

Vinculación de la capacidad de resolución de situaciones problemáticas con la *lectura de textos discontinuos*.

En los textos discontinuos, la información se presenta en forma de cuadros o gráficos, tablas, diagramas, mapas...

Problema presentado: ¿cuántos huevos se comieron?

En primer término, el docente les cuenta a los niños que el dueño de un restaurante recibió a un grupo de chicos que pidieron huevos fritos para comer y que él decidió ordenar en este



dibujo para contar todos los huevos que comieron.

Se presenta un pictograma con platos, ubicando en algunos un huevo, en otros dos, tres, cuatro y cinco según la siguiente distribución estadística.

Para favorecer la interpretación de gráficos:

- El docente apela a lectura directa del gráfico: ¿de qué tipo de plato hay más: con un huevo, con dos huevos, con tres huevos, con cuatro huevos, con cinco huevos?, ¿de cuál hay menos?, ¿cómo te diste cuenta?
- El docente invita a que respondan: ¿cuántos huevos se comieron en total los chicos ese día?

Un ejemplo de registro de clase con la puesta en marcha de la actividad (diálogo docente-estudiante de un grupo):⁵

Cuatro - responden algunos estudiantes.

Docente: *¿Por qué les parece que cuatro? (apela a que los niños expliquen).*

Mirá... - uno de ellos va hacia la gráfica y señala los platos que tienen cinco huevos.

Docente: Sí, es cierto, 4 chicos se comieron cinco huevos. Pero escuchen ahora mi pregunta:

- si el primer chico comió 5 huevos, y el segundo comió 5 huevos y el tercero 5 huevos y el cuarto también se comió cinco huevos, ¿cuántos huevos comieron en total?

- *¿qué te parece a vos, Tomás? (apela a que el niño esté atento a la resolución de otro compañero).*

⁵ Esta propuesta es una adaptación de la extraída del artículo "Assessing young children's mathematical understandings", en la que se hace uso de gráficas estadísticas como instrumentos para evaluar el grado de comprensión de conocimientos matemáticos de los niños. Traducción realizada por Dra. Mónica Edwards.

► Trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

Tercer Grado

En el desarrollo didáctico del Proyecto **ACERCAMIENTO DE LA MATEMÁTICA AL ARTE: PINTAR MURALES EN EL PATIO** –Tercer Grado–, correspondiente a la Colección *Pensar la Enseñanza, Tomar Decisiones*, podemos observar algunas actividades y estrategias de intervención docente que promueven el trabajo con otros y la interacción.



Disponible en:

<http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/documentos/PENSAR%20LA%20ENSEÑANZA%20-%20ED%20PRIMARIA%20PRIMER%20CICLO.pdf>

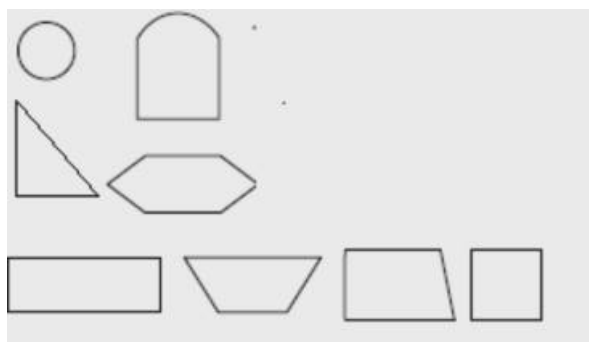
Veamos, por ejemplo, la actividad **ADIVINANZA DE FIGURAS**.

Descripción de la situación: La docente entrega a cada grupo de 4 niños un juego de cartas; cada una tiene dibujada una figura para que, por parejas, jueguen al juego **adivinanza de figuras**. Posteriormente, pone en discusión cuáles son las preguntas producidas para identificar figuras y las características de las figuras.

Desarrollo de las Actividades:

Actividad 1-Por grupo:

- Jueguen cinco veces al juego **adivinanza de figuras**.



Fuente: Altman, Comparatore y Kurzrok, L. 2009, p.5.

Reglas del juego: Un niño selecciona una carta que separa del resto y sus compañeros deben adivinar cuál es. Por turnos, le hacen preguntas que sólo puedan responderse con SÍ o NO. Cuando un niño cree que puede identificar la carta, dice qué figura es. El que gana, elige la carta en la siguiente vuelta.

En cada grupo se juega por pareja (uno pregunta y el otro adivina). Cuando la respuesta no es correcta, cada pareja cuenta al resto de los estudiantes del grupo cuáles son los datos que consideraron.

Mientras una pareja juega los otros integrantes del grupo están atentos al juego para poder jugar cuando les corresponda.

- Mientras juegan, cada uno anota en una hoja las preguntas que hicieron.
- Si no pudiste descubrir qué figura es, ¿cuál podrá haber sido el error?

Toda la clase:

- ¿Cuáles son las mejores preguntas para descubrir la figura? ¿Cuáles son los datos que consideraron?
- Analicemos entre todos qué figura es a partir de tener presente el número de lados y de vértices, cómo son los lados, etc.
- Completamos la tabla:

<i>Tiene tres lados</i>	<i>Tiene cuatro lados</i>	<i>Tiene más de cuatro lados</i>

Actividad 2:

- Ahora adivinemos de nuevo, pero agreguemos otras cartas:



Fuente: Altman, Comparatore y Kurzrok, L. 2009, p.5.

Toda la clase:

- ¿Cuáles son las mejores preguntas para descubrir la figura? ¿Cuáles son los datos que consideraron?
- Analicemos entre todos qué figura es a partir de tener presente el número de lados y de vértices, cómo son los lados; si tiene o no diagonales, si tiene sólo dos diagonales y sus lados no son todos iguales.

En la propuesta se pone el acento en las características que hay que identificar en cada una de las figuras, a partir de una gestión centrada en el intercambio entre los compañeros y no en la explicación del docente. Son los niños los que avalan o dudan de las opiniones del otro.

Mientras se juega, en cada grupo:

- **Al formular preguntas:**
 - se atiende a las reglas del juego (preguntas que sólo puedan responderse con SÍ o NO),
 - se atiende a las respuestas ya formuladas por otros (si el otro cumplió las reglas del juego al formular las preguntas, para aceptarlas o no),
 - se atiende a las respuestas ya formuladas por otros para no repetir,
 - se atiende a las respuestas ya formuladas, ya que sirven de guía para descartar preguntas que no son útiles para descubrir la figura.
- **Al justificar lo realizado,** el estudiante *se responsabiliza por lo que hace.*

- **Al descubrir qué figura es, se atiende a lo expresado por otros.**

Un ejemplo de la puesta en marcha de la actividad (diálogo entre una pareja de un grupo):

Esteban: ¿Tiene 3 lados? Silvia: No.

Esteban: ¿Tiene 4 lados? Silvia: Sí.

Esteban: ¿Todos los lados son iguales? Silvia: Sí.

Entre todos:

- Al analizar qué figura es, los estudiantes se responsabilizan por las afirmaciones que producen. Por ejemplo, dicen al resto de los niños cuáles son los datos que tuvieron en cuenta y explican.
- Al analizar qué figura es, los estudiantes intentan comprender y valorar las ideas de los otros.
- Al **completar la tabla**, intentan comprender y valorar las ideas de los otros en relación con las características de las figuras (*tiene tres vértices y tres lados, tiene distinta cantidad de vértices que de lados*).

Las actividades de comunicación promueven el uso de un lenguaje adecuado para que el compañero entienda de qué se está hablando. Cabe destacar que el prestar atención a las características que hay que identificar en cada una de las figuras constituye además el eje central para la incorporación del nuevo vocabulario con la finalidad de mejorar la comunicación tanto oral como escrita, aspecto que se relaciona con la **capacidad oralidad, lectura y escritura**.



¿Qué aprendizaje y contenidos se han abordado en las situaciones que hemos considerado en directa relación con la adquisición y desarrollo de capacidades?

- Producción y análisis de diferentes procedimientos evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con el problema.
- Producción y análisis de diferentes procedimientos evaluando la pertinencia y economía del procedimiento en relación con los números involucrados.
- Producción de argumentaciones acerca de la validez de relaciones numéricas y procedimientos.
- Producción y validación de enunciados sobre relaciones y propiedades sin recurrir a constatación empírica
- Análisis de los enunciados, las preguntas, los datos, y de la cantidad de soluciones de los problemas para identificar datos necesarios para responder una pregunta; exploración de la relación entre las preguntas y los cálculos.
- Interpretación de la información presentada en tablas y gráficos.

EDUCACIÓN SECUNDARIA

► Abordaje y resolución de situaciones problemáticas

Ciclo Básico- Primer año

Problema:

Juan, un chico de Primer año, se sentía mal a la tarde. El médico lo visitó en su casa a las 21 horas y le indicó que tenía que tomar los siguientes medicamentos:

1 cucharadita de Calmon una vez por día (con desayuno o cena).

1 cápsula de Amoxil cada 8 horas.

1 comprimido de Antifebril cada 6 horas.

La mamá de Juan comenzó a darle los medicamentos Amoxil y Antifebril juntos a las 22 hs.

-¿Cada cuánto volverá a tomar Amoxil y Antifebril juntos?

-Si Juan no quiere despertarse a la madrugada: ¿A qué hora le hubiese convenido empezar a tomar los medicamentos?

El problema puede trabajarse en sexto grado y recuperarse en Primer año de Ciclo Básico para dar lugar a reflexiones útiles para la vida con la pregunta: *Si Juan no quiere despertarse a la madrugada: ¿A qué hora le hubiese convenido empezar a tomar los medicamentos?*

Momento de resolución de situaciones problemáticas

Veamos un ejemplo de estrategia de intervención docente para generar la reflexión durante la resolución del problema (en un grupo).

• **El docente interviene en cada mesa para generar reflexión**, con preguntas y pidiendo explicaciones. Por ejemplo, durante la resolución del problema, plantea:

- ¿Está bien lo que dice Esteban: “para saber cuándo se juntan hay que mirar los múltiplos de 8 y de 6”?
- Contanos Tobías, ¿cómo lo pensaste?
- Miren cómo hizo Patricia....
- Susana, vos decís que conviene empezar la toma a la 12 de la noche. ¿Cómo lo pensaste?

Ciclo Básico- Ciclo Orientado

Problema: LOS NÚMEROS CUADRADOS⁶

Momento de confrontación

A continuación representamos los cuatro primeros “números cuadrados”, llamados así por Pitágoras pues con la cantidad de puntos que lo integran se puede formar cuadrados:



- ¿Cuál es el quinto número cuadrado? ¿Y el vigésimo?
- ¿Cómo se forman los números cuadrados?
- Reúnanse con sus compañeros en grupos pequeños y traten de encontrar una fórmula que permita expresarla simbólicamente. Confronten la respuesta obtenida con otros grupos. ¿Todos pensaron lo mismo? ¿Otros pensaron diferente?

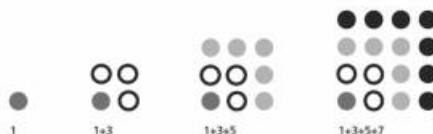
Consideremos algunas estrategias de intervención docente durante la puesta en común de la consigna **c**, momento durante el cual se da lugar a la confrontación de procedimientos.

• El docente muestra varios procedimientos que surgieron en los grupos:

Los estudiantes podrán apelar a variados procedimientos (escribir cálculos, hacer esquemas de las figuras, etc.) Por ejemplo:



- 1,4,9,16 (contar las piedras en varios casos y, al mirar los números, expresar que son cuadrados perfectos).
- $n \times n = n^2$ (elevar al cuadrado la cantidad de puntos de cada lado).
- $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ (sumar los números impares consecutivos, partiendo del uno).



$(n - 1)^2 + [2 (n - 1) + 1] = n^2$ (a un número cuadrado le sumamos el doble del lado más uno se obtiene el siguiente número cuadrado)



⁶ El ejemplo ha sido tomado de Argentina, Ministerio de Educación de la Nación (2011). *De inferencias y Conclusiones ¿Cómo decidir si es válido?* Capacitación Explora (pp.11 y 12).

La aparición de diferentes fórmulas para contar permite trabajar la equivalencia de estas expresiones. Los estudiantes podrán expresar: las fórmulas “son equivalentes porque dan lo mismo”.

- El docente organiza la puesta en común en función de respuestas similares:
 - ¿En qué se parecen las fórmulas que obtuvieron? ¿En qué se diferencian?

► Oralidad, lectura y escritura en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

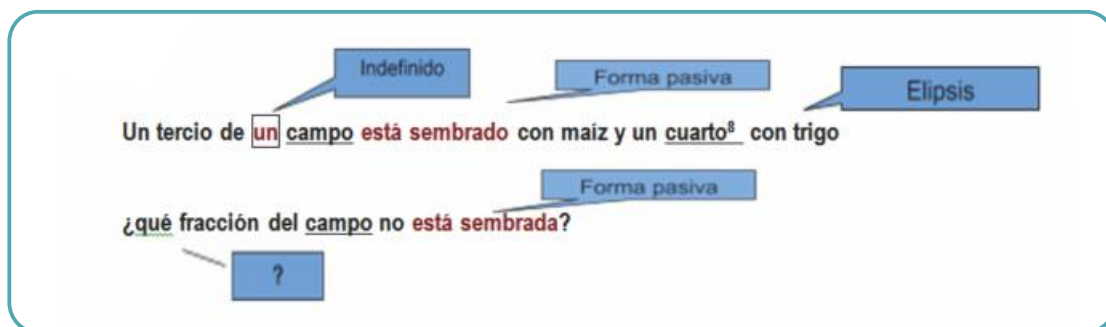
Ciclo Básico

1. Veamos, en primer término, algunos ejemplos de estrategias de intervención docente para que los estudiantes comprendan el enunciado de un problema.

Problema: *Un tercio de un campo está sembrado con maíz y un cuarto con trigo; ¿qué fracción del campo no está sembrada?*

Cabe destacar que el problema planteado se presenta con el objetivo de analizar las dificultades que ocasiona el “tipo de enunciado” para, a partir de allí, intervenir atendiendo a los obstáculos que ofrece el texto. **No implica que constituya un problema significativo o relevante para los estudiantes.**

Este enunciado es **breve, pero sumamente complejo** ya que demanda por parte del estudiante **realizar una gran cantidad de inferencias**:⁷



- El docente atiende a posibles obstáculos que pueden interferir en la comprensión. Por ejemplo, formulando interrogantes:
 - ¿A cuántos campos hace referencia el problema?
 - ¿Todo el campo ha sido sembrado con maíz?
 - ¿Ya ha sido sembrada la totalidad del campo?

⁷ Deducir una cosa de otra o extraer una conclusión (Diccionario Real Academia Española).

⁸ Se ha omitido (elipsis) “de un campo”.

- ¿Qué es lo que ya sabemos acerca de la siembra de maíz en este campo?
- ¿Qué es lo que ya sabemos sobre la siembra de trigo en este campo?
- ¿Qué es lo que todavía no sabemos y tenemos que averiguar?

En todos los casos: ¿Cómo te diste cuenta?

- **El docente pide que se reformule (se diga de otra manera) el enunciado a partir de restricciones** planteadas por la consigna:

Por ejemplo

- Vamos a decir de otra manera el enunciado del problema, comenzando así: “Si ya se ha sembrado.....”*

- **El docente sugiere dividir el problema en partes (que involucran dos problemas: el problema 1 se refiere a la parte sembrada y el problema 2, a lo que falta sembrar)** La pregunta de la parte 1 es: ¿qué fracción del campo está sembrada? La pregunta de la parte 2 es: ¿qué fracción del campo no está sembrada? Por ejemplo, invita a reescribir el problema en términos como:

- Un tercio de un campo está sembrado con maíz y un cuarto con trigo (datos para parte1).*
- Qué fracción del campo no está sembrada (pregunta de la parte 2).*

- **El docente atiende al indicador textual de un contenido matemático (fracciones):**

- Un tercio de un campo está sembrado con maíz: ¿qué significa un tercio?*
- Dice “un tercio de un campo”: ¿qué representa el campo?*
- Un cuarto con trigo...: ¿qué significa un cuarto?*

- **El docente apela a que los estudiantes traduzcan el enunciado al lenguaje gráfico:**

- Grafiquen el enunciado usando un dibujo (un rectángulo para representar el entero- en este caso el campo-). Marquen distintas partes sembradas, expliquen con flechas y palabras qué es cada cosa.*

2. Consideremos ahora la vinculación de la capacidad de resolución de situaciones problemáticas con la **lectura de textos discontinuos en el Ciclo Orientado**.

Recordemos:

En los textos discontinuos, la información se presenta en forma de cuadros o gráficos, tablas, diagramas, mapas...

En el desarrollo didáctico de Matemática en **Colección *Pensar la Enseñanza, Tomar Decisiones: Secundaria –quinto año-***, se incluyen actividades referidas a hábitos culturales y se presentan tablas y gráficos.



Disponible en: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/coleccionpensar/SecundariaOrientado/MATEMATICA%205%20ANIO.pdf>

Veamos algunos ejemplos:

CONSUMO CULTURAL EN AMÉRICA LATINA

1. La siguiente tabla⁹ aporta información sobre **Hábitos Culturales**, en distintas ciudades de América Latina para 2002-2004. En los consumos culturales no se han incorporado los rubros de asistencia a exposiciones, a teatros y museos, y cine.

HÁBITOS CULTURALES, en porcentajes				
Datos comparativos de 4 ciudades de América Latina				
	Bogotá	Buenos Aires	Distrito Federal	Santiago
Miran TV	90,60	94,30	96,50	93,80
Escuchan Radio	95,00	87,90	92,20	90,60
Escuchan Música	99,40	88,30	84,40	94,90
Leen Diarios impresos	79,90	58,30	79,10	s/d
Leen Libros	78,60	75,00	60,10	39,7(1)
Leen Revistas	78,00	s/d (2)	73,50	s/d
Miran Videos	50,90	65,00	68,70	s/d
Navegan en Internet	34,60	52,00	35,60	41,20

Fuentes
Santiago: Encuesta Consumo Cultural, INE Gobierno de Chile - 2004 / Distrito Federal: Encuesta Nacional de Prácticas y Consumos Culturales, CONACULTA - 2004 / Bogotá: Encuesta de Cultura, Centro Nacional de Consultoría, Ministerio de Cultura, Colombia - 2002 / Buenos Aires: Estudio General de Hábitos de Consumo Cultural en C.B.A. OPSM - 2003.

Notas
1) La pregunta acerca de si había leído libros, hace la salvedad que sean con excepción de libros de textos o manuales de estudio.
2) El dato está incluido en la variable Leen Diarios.

- ¿Cuáles son los consumos culturales con más desarrollo?
- Comparen los datos de las columnas para una misma fila; elaboren conclusiones en relación con los hábitos culturales. Consideren, por ejemplo, los consumos *miran TV* y *navegan en Internet* para las ciudades de Buenos Aires y Santiago.
- Analicen los datos de distintas filas para una misma columna. Elaboren conclusiones.
- Escriban alguna conclusión que se pueda establecer para una ciudad y otra para un consumo.
- Propongan dos preguntas que puedan responderse con los datos de la tabla.
- Discutan con su grupo el interés y la pertinencia de las preguntas que formularon en relación con el tema hábitos culturales de la Argentina respecto de los de otros países.

⁹ Fuente: Observatorio de Industrias Culturales de la Ciudad de Buenos Aires.

2. La siguiente tabla¹⁰ muestra datos aportados por el Instituto Nacional de Cine y Artes Audiovisuales (INCAA) de la República Argentina, sobre cine de distintas ciudades de América Latina para 2004.

CINE - Datos comparativos de 7 ciudades América Latina 2004						
	Población	Cant. Complejos	Número de Pantallas	Total Espectadores	Espectad. X Cápita	Pantallas C/ 100.000 Per.
BRASIL						
Río de Janeiro	14.391.282	92	264	16.702.560	1,16	1,83
San Pablo	37.563.398	305	734	43.078.096	1,15	1,95
MÉXICO						
D.F.	19.235.000	69	529	35.848.261	1,86	2,75
ARGENTINA						
Buenos Aires	13.818.677	164	482	30.596.833	2,21	3,49
Córdoba	3.061.611	33	80	3.872.820	1,26	2,61
CHILE						
Santiago	6.527.903	34	182	8.912.963	1,37	2,79
Valparaíso	1.646.086	4	22	1.195.047	0,73	1,34

Fuente INCAA
Aclaración: En todos los casos de la ciudades mencionadas, se incluye la ciudad y su área de influencia.

- Expliquen qué significa *Espectadores per Cápita*. Analicen por ejemplo para Buenos Aires y para Córdoba (Argentina) y para San Pablo (Brasil).
- Expliquen qué indica *Pantallas c/100.000 personas*. Analicen, por ejemplo, para las ciudades de Buenos Aires y Córdoba (Argentina) y para San Pablo (Brasil).
- Los datos de la población permiten construir otros datos como los de las columnas *Espectadores per Cápita* y *Pantallas c/100000pers*. Escriban dos afirmaciones que incluyan como información datos de las dos últimas columnas.
- Una primera lectura de la tabla podría llevar a concluir que es evidente que San Pablo es la ciudad que durante el 2004 tuvo la cifra más alta de espectadores -más de 43 millones-. ¿Están de acuerdo con esa afirmación? Fundamenten su respuesta teniendo en cuenta la información de las columnas *Espectadores per Cápita*, número de habitantes de esa ciudad y número de pantallas.
- Propongan dos preguntas que puedan responderse con los datos de la tabla.
- Discutan con su grupo el interés y la pertinencia de las preguntas que formularon en relación con el consumo de cine de la Argentina respecto del de otros países.

Algunas estrategias de intervención docente para la interpretación de tablas:

- El docente invita a los estudiantes a pensar si pudieron interpretar la información matemática presentada en tablas al:
 - Trasladar a lenguaje escrito lo observado en las tablas.
 - Analizar la relación entre los datos de las columnas con una misma fila.
 - Vincular los datos de una columna con distintas filas.
 - Relacionar los datos con el problema.

¹⁰ Fuente: Observatorio de Industrias Culturales de la Ciudad de Buenos Aires.

- ❑ Analizar cómo cambian los números en una fila, y qué significa ese cambio.

Estrategias de intervención docente para interpretar gráficos:

- **El docente invita a los estudiantes a pensar si pudieron interpretar la información matemática presentada en gráficos, teniendo en cuenta:**

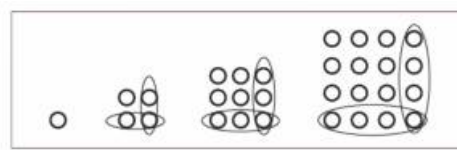
- ❑ Contemplar el uso de escalas, redondeo o no de números.
- ❑ Relacionar los datos vinculados con el problema.
- ❑ Elaborar preguntas pertinentes con los datos del gráfico.
- ❑ Elaborar preguntas que promueven una comprensión profunda de las relaciones representadas que vaya más allá de la lectura directa de datos en la gráfica.
- ❑ Analizar las relaciones entre las variables.
- ❑ Discutir acerca de qué tipo de presentación es la más conveniente de acuerdo con el problema planteado.
- ❑ Elaborar textos escritos referidos a la información presentada en gráficos (esta actividad se puede trabajar en articulación con *Lengua y Literatura*, invitando a los estudiantes a escribir una nota periodística a partir de la información analizada).

► Pensamiento crítico y creativo en el marco de la resolución de situaciones problemáticas

El docente plantea actividades para que los estudiantes pongan en práctica la validación en matemática, haciendo evolucionar los modos naturales de validar hacia modos más acordes a la cultura matemática (pasando de procedimientos pragmáticos a procedimientos más avanzados- sin llegar a formalización total-). El docente, al dar la palabra a los estudiantes, ayuda a que cuestionen lo establecido y exploren nuevas alternativas; habilita, con actitud flexible, las propuestas de los jóvenes. Promueve la búsqueda de respuestas y no demanda una solución estereotipada, pues incentiva a los estudiantes a acudir a diferentes procedimientos (pruebas).

Retomemos el problema *LOS NÚMEROS CUADRADOS* y consideremos algunos ejemplos de procedimientos.

-Prueba pragmática. Contar las “piedras” de los cuadrados, 1, 4, 9, y observar que son los números cuadrados perfectos.



También es posible que otros estudiantes observen que los números cuadrados se obtienen elevando al cuadrado la cantidad de “piedras” de cada lado: $P(n) = n \times n = n^2$.

- **Procedimientos “hereditarios”¹¹** se basa en regularidades en las que se considera cómo se genera un número a partir del anterior; los números cuadrados son aquellos que se forman con la suma de los números impares consecutivos, partiendo del uno:

$$P_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$

Un problema, muchos procedimientos¹²

En situaciones como la descrita es posible observar algunas cuestiones didácticas:

Se trata de un problema potente pues:

da lugar a diferentes procedimientos de resolución que dependen de los conocimientos previos de los estudiantes. La fertilidad del problema se incrementa a partir de los debates que se instalan a propósito de dichos procedimientos.

admite varias respuestas diferentes. Es importante que los estudiantes establezcan la relación entre las diferentes respuestas. En este caso se trata de probar la equivalencia de las fórmulas encontradas. **Las características de dichas pruebas** también dependerán de las experiencias previas (desde una verificación haciendo funcionar las diferentes fórmulas para los mismos valores, a una explicación de cómo las generaron,¹³ hasta una prueba por inducción completa, si se trata de cursos muy avanzados).

Algunos ejemplos de estrategias de intervención docente:

- **El docente apela a formular preguntas aclaratorias:**
 - ¿Por qué decís eso?
 - ¿Qué quiere decir exactamente esto?
 - ¿Podés darme un ejemplo?
 - ¿Lo qué querés decir es.....o.....?

- **El docente plantea preguntas para comprobar conjeturas o supuestos:**
 - ¿Estás asumiendo que...?
 - Explicá por qué o cómo...
 - ¿Cómo podés verificar...?
 - ¿Qué pasaría si...?
 - ¿Estás de acuerdo o en desacuerdo con....?

- **El docente formula preguntas para explorar razones:**
 - ¿Cómo sabés esto?

¹¹ Si bien no son pruebas intelectuales en sentido estricto, las generalizaciones que se realizan mediante razonamientos con ingredientes hereditarios resultan más cercanas a las formas de prueba válidas en esta disciplina.

¹² Ministerio de Educación de la Nación (2011). *De inferencias y Conclusiones ¿Cómo decidir si es válido?* Capacitación Explora (pp.11 y 12).

¹³ El subrayado es nuestro.

- ¿Podés dar un ejemplo de eso?
 - ¿Por qué pasa esto...?
 - ¿Qué evidencia existe para apoyar lo que estás diciendo?
 - ¿Quién dijo eso?
- **El docente formula preguntas sobre diferentes puntos de vista o procedimientos válidos:**
 - ¿De qué otras maneras alternativas se puede mirar esto?
 - ¿Cuál es la diferencia entre...y...?
- **El docente formula preguntas para comprobar implicaciones y consecuencias:**
 - ¿Por qué es mejor este procedimiento que otro...?

▶ **Trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar en el marco de la resolución de situaciones problemáticas**

Retomamos el problema que ya hemos considerado:

Problema: *Un tercio de un campo está sembrado con maíz y un cuarto con trigo; ¿qué fracción del campo no está sembrada?*

Cabe destacar que para poner en marcha la propuesta es fundamental que el docente dé lugar a la validación por parte de los estudiantes (en lugar de la palabra del docente). Para ello, al presentar la propuesta les podrá decir que durante el desarrollo de la actividad deben poner el foco en la importancia del cumplimiento de roles, para que lo hagan seriamente.

Veamos la estrategia resolver problema de a dos:

La clase se organiza en grupos de a dos, trabajando por parejas A y B, donde A resuelve y B siempre pregunta. ¿Qué hacés ahora? ¿Por qué? Posteriormente se pueden rotar los roles

- **El docente interviene preguntando al que escucha y no al que resuelve:** el docente acude a la estrategia de resolver problemas de a dos (un estudiante lee el enunciado del problema y el otro escucha). El estudiante A, quien lee, dice en voz alta lo que piensa acerca de lo que lee. El estudiante B escucha sin interferir en el proceso de resolución, pero puede hacer preguntas aclaratorias para asegurarse de que entiende bien cómo está pensando el estudiante A. No da pistas para ayudar a la comprensión

del enunciado. **El docente interviene preguntando al que escucha** y no al que lee para ver cómo avanzan en la comprensión. Se relaciona con la comprensión ya que desde el momento en que se inicia el diálogo se trata de intervenir para que los estudiantes interpreten la información que se presenta en el enunciado.

- ❑ *Preguntar al que escucha pidiéndole a él y no al que resuelve, que le cuente qué está sucediendo. De esta manera el que resuelve tiene la posibilidad de avanzar en la comprensión autónoma. De esta manera, ayuda a que el que escucha cumpla verdaderamente su rol.*
- ❑ *Plantear una discusión general sobre cómo funciona el proceso de resolución al finalizar la lectura del texto.*
- ❑ *Escuchar y ayudar a que puedan monitorear sus propios procesos de comprensión.*

Durante el desarrollo de propuestas como ésta, se está propiciando la **oralidad lectura y escritura** y el **trabajo en colaboración**. Si se solicita al estudiante que evalúe su desempeño y el de su compañero, atendiendo a los roles que les fueron asignados, se estará propiciando el **pensamiento crítico**.

A continuación se presenta un fragmento de registro de la puesta en marcha de una actividad en la cual se ha implementado la estrategia de *resolver problemas de a dos*:¹⁴

El diálogo para una pareja podría ser el siguiente:

Estudiante A (el que intenta resolver el problema):

-1/3 del campo está sembrado con maíz (hace una pausa)

Estudiante B (el que escucha la resolución): *¿me podés decir en qué estás pensando? (el docente apela a que el estudiante explique la situación).*

-Estudiante A: *me estaba imaginado la situación.*

Hay un campo sembrado con maíz, y con trigo...se detiene y hace un rectángulo que representa el campo.

Estudiante B: *¿qué estás haciendo?*

-Estudiante A: *un rectángulo... lo divide en tres partes iguales y pinta una.*

Está sembrado con trigo un cuarto. (piensa y pinta) (el docente apela a que el estudiante traduzca el enunciado a lenguaje gráfico).

Estudiante B: (el que escucha se da cuenta de que pintó la cuarta parte de lo que queda y no del todo) *¿un cuarto de qué?*

-Estudiante A: *la cuarta parte de todo el campo.*

Estudiante B: *¿por qué la cuarta parte de todo el campo?.....*

Y el diálogo continúa (mientras el estudiante A resuelve el problema)

.....

¹⁴Presentada por Whimbey y Lochhead, 1982.

- **El docente interviene para favorecer actitudes de cooperación para aprender a relacionarse e interactuar y fortalecer el trabajo en equipo** a partir de la estrategia resolver problema de a dos ya que cada integrante de un equipo asume un papel con responsabilidad específica y diferente, de tal manera que la colaboración entre los integrantes resulte indispensable para abordarlo y resolverlo. En el ejemplo, al resolver problemas de a dos se asumen **roles diferenciados: el que resuelve y el que escucha; que cada uno cumpla con su rol es la condición para que puedan resolver el problema.**



¿Qué aprendizaje y contenidos se han abordado en las situaciones que hemos considerado en directa relación con la adquisición y desarrollo de capacidades?

- Producción y análisis de diferentes procedimientos evaluando la pertinencia del procedimiento en relación con el problema.
- Interpretación de la información presentada en tablas y gráficos.
- Producción de argumentaciones acerca de la validez de relaciones numéricas y procedimientos.
- Producción y análisis de diferentes procedimientos evaluando la pertinencia y economía del procedimiento en relación con los números involucrados.
- Análisis de los enunciados, las preguntas, los datos, y de la cantidad de soluciones de los problemas para identificar datos necesarios para responder una pregunta; exploración de la relación entre las preguntas y los cálculos.
- Producción y validación de enunciados sobre relaciones y propiedades sin recurrir a constatación empírica.

Para seguir explorando posibilidades de mejora en los aprendizajes de Matemática en el marco del desarrollo de capacidades fundamentales:

- Gobierno de Córdoba, Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2013). *Los aprendizajes promovidos desde la escuela. Un compromiso con la comprensión.*

Disponible en:

<http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/Los%20aprendizajes.pdf>

- Gobierno de Córdoba, Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2014). *Las estrategias de enseñanza en Educación Primaria. Un compromiso con la comprensión*

Disponible en:

http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/documentos/Las_estrategias_de_ensenanza.pdf

- Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2012). *EDUCACIÓN INICIAL: Planificar con Unidades Didácticas y Proyectos.*

Disponible en: <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/documentos/Planificaciones.pdf>

- Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2013). *El diseño de propuestas de enseñanza en la Educación Inicial*

Disponible en:

<http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/DOCUMENTO%20DE%20APOYO.pdf>

Bibliografía

Altman, S., Comparatore, C y Kurzrok, L. (2009). Geometría en el primer ciclo. En *12(ntes) La enseñanza de la geometría en la escuela*, 1(3). Recuperado el 10 de abril de 2014, de <http://ecaths1.s3.amazonaws.com/novedadesdocentespsol/12ntes-digital-3.pdf>

Argentina, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Dirección Nacional de Gestión Curricular y Formación Docente (2001). *Capacidades para enfrentar y resolver problemas*. Buenos Aires: Autor.

Argentina, Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. (2006 a). *Cuaderno para el aula Matemática 1*. Buenos Aires: Autor.

Argentina, Ministerio de Educación de la Nación (2011). *De inferencias y Conclusiones ¿Cómo decidir si es válido? Capacitación Explora*. Buenos Aires: Autor.

Argentina, Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. (2006 b). *Cuaderno para el aula Matemática 3*. Buenos Aires: Autor.

Argentina, Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación. Consejo Federal de Cultura y Educación. (2007). *Cuaderno para el aula Matemática 5*. Buenos Aires: Autor

Argentina, Ministerio de Educación (2010). *Entre Nivel Primario y Nivel Secundario. Una propuesta de articulación Cuaderno para el Alumno*. Buenos Aires: Autor.

Argentina, Ministerio de Educación (2010). *El desarrollo de capacidades en la Escuela Secundaria. Un marco teórico*. Buenos Aires: Ministerio de Educación. UNICEF. OEI. Asociación Civil Educación para todos. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de http://www.unicef.org/argentina/spanish/Cuaderno_1.pdf

Argentina, Ministerio de Educación (2010). *La capacidad de resolución de problemas .Cuaderno 4*. Buenos Aires: Ministerio de Educación. UNICEF. OEI. Asociación Civil Educación para todos.

Chevallard, Y. (2013). *Los alumnos andan mal en matemática porque los contenidos son para una élite*. Entrevista en *Clarín.com*. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de http://www.clarin.com/sociedad/alumnos-andan-matematica-contenidos-elite_0_1043895705.html

Education Northwest (2007). *Assessing young children's mathematical understandings*. Portland

Ferreya, H., Peretti, G. y Vidales, S. (2012). Hacia un proyecto curricular y pedagógico centrado en la adquisición y desarrollo de capacidades. En Ferreya, H. y Vidales, S. (comps.). *Educación Secundaria: Diálogos desde los saberes y experiencias para (re) construir sentidos*. Córdoba, Argentina: Comunicarte.

Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación (2003). Competencias Educativas Prioritarias. Capacidad de comprensión y producción de textos orales y escritos. En *Cuadernos para pensar, hacer y vivir la Escuela*. Cuaderno 2. Córdoba, Argentina: Autor.

Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad

Educativa (2009 a). *El Desarrollo de Capacidades en Educación Obligatoria*. Documento base. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2009 b). *Capacidad de Comprensión y producción de textos orales y escritos*. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2009 c). *Capacidad de abordaje y resolución de problemas*. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2009 d). *Capacidad de comprensión y explicación de la realidad social y natural, empleando conceptos, teorías y modelos*. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2009 e). *Pensamiento crítico y creativo*. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa (2009 f). *Trabajo en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar*. Córdoba, Argentina [inédito].

Gobierno de Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa Dirección General de Planeamiento e Información Educativa (2010). *Fortalecimiento y mejora de la enseñanza de la Matemática: hacia un aprendizaje para todos*. Córdoba, Argentina: Autor.

UNESCO (2007). *Educación de calidad para todos. Un asunto de derechos humanos*. Documento de discusión sobre políticas educativas en el marco de la II Reunión Intergubernamental del Proyecto Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO). Buenos Aires. Recuperado el 20 de marzo de 2014, de <http://unesdoc.unesco.org/images/0015/001502/150272s.pdf>

UNICEF (2006). *Desarrollo de capacidades para el ejercicio de la ciudadanía*. Buenos Aires: Autor.

Gobierno de Córdoba

Ministerio de Educación

Secretaría de Estado de Educación

Subsecretaría de Estado de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa

Área de Políticas Pedagógicas y Curriculares

Desarrollo Curricular

Coordinación

Horacio Ferreyra y Silvia Vidales

Autor

Sandra Molinolo, con la colaboración de Hugo Alcaraz y Ederd Picca

Asesoramiento pedagógico

Equipos técnicos de *Educación en Matemáticas, Ciencias Naturales y Tecnología; Ciencias Sociales y Humanidades, Lenguajes y Comunicación, Transversales* -Área de Desarrollo Curricular-

Lectura crítica

Hugo Labate

Diseño de tapa y diagramación

Fabio Viale



AUTORIDADES

Gobernador de la Provincia de Córdoba

Dr. José Manuel De la Sota

Vicegobernador de la Provincia de Córdoba

Cra. Alicia Mónica Pregno

Ministro de Educación de la Provincia de Córdoba

Prof. Walter Mario Grahovac

Secretaria de Estado de Educación

Prof. Delia María Provinciali

Subsecretario de Estado de Promoción de

Igualdad y Calidad Educativa

Dr. Horacio Ademar Ferreyra

Directora General de Educación Inicial y Primaria

Prof. Edith Galera Pizzo

Director General de Educación Secundaria

Prof. Juan José Giménez

Director General de Educación Técnica y

Formación Profesional

Ing. Domingo Aríngoli

Director General de Educación Superior

Mgter. Santiago Amadeo Lucero

Director General de Institutos Privados de

Enseñanza

Prof. Hugo Zanet

Director General de Educación de Jóvenes y

Adultos

Prof. Carlos Brene

Dirección General de Regímenes Especiales

Director General de Planeamiento, Información y

Evaluación Educativa

Lic. Enzo Regali

*Todos son capaces,
todos pueden aprender*